



评 注

本章介绍了矩阵特征问题的幂法, Jacobi方法和QR算法, 它们是求矩阵特征值和特征向量的常用数值方法。本章用到较多的线性代数知识和方法, 其中一些是一般线性代数教科书上没有提到的。圆盘定理给出了特征值的大致估计。平面旋转变换和镜面反射变换是两种有力的正交相似变换工具, 可以化简矩阵和作QR分解等, 用于构造和分析数值方法。

幂法用于求矩阵的主特征值和主特征向量, 特别适用于大型稀疏矩阵。它计算简单, 但收敛速度往往不能令人满意。可以用反幂法结合位移技巧加速收敛, 或求某一指定的特征值。幂法以及它的变形显然适用于对称矩阵, 因为这种矩阵的特征值都是实数并且可对角化, 结合矩阵的收缩方法可以求出它的全部特征值和特征向量。



Jacobi方法是古典的方法，用于求对称矩阵的全部特征值和特征向量。一般情况下，它和对称的**QR**方法相比，已经没有多大优越性。但是在求几乎接近对角形的矩阵的特征值时，它还是有效的方法。

QR方法是求全部特征值的方法，它是20世纪60年代发展起来的。1976年**G.Strang**在他的著作**Linear Algebra and its Applications**中，称**QR**方法是“数值数学最值得注意的算法之一”，从理论分析到实际应用都使这种观点得到广泛的认同。**QR**方法具有收敛快，精度高的特点。特别是对称的**QR**方法，可以写成很简洁的算法。在中小型稠密矩阵的特征值问题计算中，目前它仍然是最有效的方法之一。

