



数值试验题7

7.1 对于矩阵

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix},$$

(1) 用幂法计算**A**的主特征值和对应的特征向量。当特征值有6位小数稳定是迭代终止。

(2) 以幂法迭代几次所得主特征值的近似值为位移量**P**，用反幂法求接近于**P**的特征值及对应的特征向量。



7.2 对于适当阶数（例如**10~100**阶）的矩阵

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & & & \\ 1 & 4 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & 1 & 4 & 1 \\ & & & 1 & 4 \end{pmatrix},$$

用**Jacobi**方法求它的全部特征值和特征向量。



7.3 求多项式方程 $f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1x + a_0$ 根的问题, 可以化为求矩阵

$$A = \begin{pmatrix} -a_{n-1} & a_{n-2} & \cdots & -a_1 & -a_0 \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \vdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \circ$$

的特征值问题。给定高次方程:

$$(1) x^3 + x^2 - 5x + 3 = 0,$$

$$(2) x^3 - 3x - 1 = 0,$$

$$(3) x^{41} + x^3 + 1 = 0.$$

试用幂法求出方程的最大的根, 或用QR算法求出高次方程的一切根。

