评 注

本章介绍非线性方程和 非线性方程组的数值解 法，主要方法有二分法、 *Steffensen* 方法、方程求根的 *Newton* 法和割线法、非线性方程组求 解的*Newton* 和拟*Newton* 法。介绍了不动点迭代、局部收敛性和收敛阶等基本概念和理论。

单个方程的一阶迭代法比较容易构造，但用于实际计算的迭代法最好是超线性收敛的。*Steffenson*方法可以把一阶方法加速为二阶的。*Newton*法是实用的有效方法，它具有

至少二阶的收敛性。但*Newton*法需要求导数。应用*Newton*法的关键在于选取足够精确的初值，如果初值选取不当，则*Newton*法可能发散。尽管如此，*Newton*法作为最经典的求解方法，至今仍是一个常用算法， 并且很多新算法也是针 对*Newton*法存在的缺点而加以改进的。应用*Newton*法时，一般还与计算多项式的秦九韶算法结合起来。割线法和抛物线法是多点迭代法，它们属于所谓插值方法的范围。

非线性方程组的解法和 理论是当今数值分析研 究的重点之一，新的方法不断出现，本 章介绍的只是一个简单 的开头。非线性方程组迭代法的概念和理 论，与单个方程的情形 是类似的，后者可 以看成是前者的特殊情 形。但是，为了教学方 便，本章先重点介 绍了单个方程的情形。

对于非线性方程组， *Newton*法的关键在于每步要解 一个方程组，高维时的工作量很大。 防止*Newton*方程组奇异或病态的办 法是加阻尼项。互逆形式的拟 *Newton*法不需要求导数，也不 需要求解*Newton*方程组，计算效率比*Newton*法高，但只是超线性收 敛的，而*Newton*法具有二阶收敛性。本 章只导出了秩 1拟*Newton*法，还有秩 2拟*Newt* – *on*法，有兴趣的同学可参 考有关文献。