数值实验题6

6.1 对方程$x=1.6+0.99\cos x$的简单迭代法

$$x_{k+1}=1.6+0.99\cos x_k, x_0=\pi/2, k=0,1,\cdots,$$

作计算，并与Steffenson加速方法比较，准确解为$x^*=1.585471802\cdots$。

6.2 用迭代法求方程 $x^3+3x^2-1=0$的全部根，要求误差限为 0.5×10^{-8}。

6.3 用迭代法$x^{(k+1)}=\phi(x^{(k)})$求下列函数$\phi(x)$在D中的不动点x^*,使结果有8位有效数字，其中

$$(1)\quad \phi(x)=\begin{pmatrix}(7+x_2^2+4x_3)/12\\(11-x_1^2+x_3)/10\\(8-x_2^3)/10\end{pmatrix},$$

$$D=\{(x_1,x_2,x_3)^T:0\le x_1,x_2,x_3\le 1.5\}, x^{(0)}=(1,1,1)^T。$$

版权所有：中南大学数学院

(2) $$\phi(x)=\begin{pmatrix} \frac{1}{3}\cos(x_2x_3)+\frac{1}{6} \\ \frac{1}{9}\sqrt{x_1^2+\sin x_3+1.06}-0.1 \\ -\frac{1}{20}\ell^{-x_1x_2}-\frac{1}{60}(10\pi-3) \end{pmatrix},$$

$$D=\{(x_1,x_2,x_3)^T:-1\le x_i\le 1, i=1,2,3\}, x^{(0)}=(0,0,0)^T。$$

6.4 用$Newton$法和逆$Broyden$秩1方法求下列非线性方程组$F(x)=0$的解。逆$Broyden$秩1方法的初始矩阵B_0分别取$[F'(x^{(0)})]^{-1}$和单位矩阵。计算结果与上题进行比较。

版权所有：中南大学数学院

(1) $$F(x)=\begin{pmatrix} 12x_1 - x_2^2 - 4x_3 - 7 \\ x_1^2 + 10x_2 - x_3 - 11 \\ x_2^3 + 10x_3 - 8 \end{pmatrix}, \quad x^{(0)} = (1,1,1)^T \text{。}$$

(2) $$F(x)=\begin{pmatrix} 3x_1 - \cos(x_2x_3) - \frac{1}{2} \\ x_1^2 - 81(x_2+0.1)^2 + \sin x_3 + 1.06 \\ \ell^{-x_1x_2} + 20x_3 + \frac{1}{3}(10\pi - 3) \end{pmatrix}, \quad x^{(0)} = (0,0,0)^T \text{。}$$

版权所有：中南大学数学院