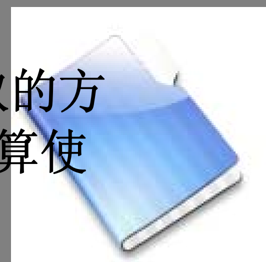
评 注

本章介绍积分和微分的数值计算方法，着重论述了**Newton-Cotes**求积公式、**Romberg**求积公式和**Gauss**求积公式。我们知道，积分和微分是两种分析运算，它们都是用极限来定义的。数值积分和数值微分则归结为函数值的四则运算，从而使计算过程可以在计算机上完成。处理数值积分和数值微分的基本方法是逼近法。本章基于插值原理推导了数值积分和数值微分的基本公式。

Newton－Cotes求积公式和**Gauss**求积公式都是插值型求积公式。前者取等距节点，算法简单而容易编制程序。 **Gauss**求积公式采用正交多项式的零点作为节点，从而具有较高的精度，但节点没有规律。运用带权的**Gauss**公式，能把复杂的求积公式化简，还可以直接计算奇异积分。由于高阶**Newton－Cotes**公式的不稳定性，所以实际计算采用复化求积公式为宜。 **Gauss**求积公式是稳定的，但高阶求积方法的准备工作较为繁杂，因此，复化**Gauss**求积方法也是一个良好的方法。

Romberg求积方法，由于程序简单，精度较高，因而是一个可选取的方法。当节点加密提高积分近似程度时，前面计算的结果可以为后面的计算使



用，因此，对减少计算量很有好处。该方法有比较简单的误差估计方法，能同时得到若干积分序列。如果在作收敛控制时，同时检验主对角线序列、梯形求积序列和抛物线求积序列，那么对不同性态的函数，可以用其中最快的收敛序列来逼近积分值。

外推原理是提高计算精度的一种重要技巧，应用很广泛，特别适用于数值微分、数值积分、常微分方程和偏微分方程数值解等问题。

奇异积分、振荡积分、二维和多维积分的求积方法，特别是**Monte Carlo**求积方法，都是数值积分的重要课题，限于篇幅，本章未作介绍，可参考有关专著。