



## 数值试验题3

**3.1** 用复化梯形公式、复化Simpson公式、Romberg方法和复化Gauss-Legendre公式计算下列积分的近似值，使绝对误差限为  $0.5 \times 10^{-7}$ ，并将计算结果与精确解作比较以及比较各种算法的计算量。

$$(1) \int_1^2 \frac{1}{x} dx = \ln 2, \quad (2) \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{4}$$

**3.2** 用外推方法计算下列积分值，并对计算结果进行比较。如果所得结果不满意，对算法进行适当修改。

$$(1) \int_1^2 \left( \frac{x}{1+x^2} + \frac{x^2}{2} \right) dx = 0.51324025,$$

$$(2) \int_0^{\pi} \sin^2 x dx = \frac{\pi}{2}$$





**3.3** 用样条函数方法和外推法求下列函数的一阶和二阶导数，并结合函数的图形说明精度与步长 $h$ 的关系。

$$(1) f(x) = \frac{1}{16} x^6 - \frac{3}{10} x^2, -2 \leq x \leq 2,$$

$$(2) f(x) = e^{-x^2} \cos 20x, 0 \leq x \leq 2.$$

**3.4** 设计自适应的**Simpson**方法求积分  $\int_0^1 x \sqrt{x} dx (= 0.4)$  的近似值，即对不同的子区间分别按精度标准确定各自适当的步长，计算各子区间上的积分近似值，然后将各个近似值相加，要求近似值的绝对误差限为  $5 \times 10^{-7}$ 。

