



习题 3

3.1 确定下列求积公式的待定参数，使其代数精度尽量高，并指出其代数精度的次数。

$$(1) \int_{-h}^h f(x) dx \approx A_0 f(-h) + A_1 f(0) + A_2 f(h),$$

$$(2) \int_{-2h}^{2h} f(x) dx \approx A_0 f(-h) + A_1 f(0) + A_2 f(h),$$

$$(3) \int_0^1 f(x) dx \approx A_0 f(0) + A_1 f(1) + A_2 f'(0).$$

3.2 证明求积公式

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x) dx \approx \frac{h}{2} [f(x_0) + f(x_1)] - \frac{h^2}{2} [f'(x_1) + f'(x_0)]$$

具有3次代数精度，其中 $h = x_1 - x_0$





3.3 用Simpson公式计算积分 $\int_0^1 e^{-x} dx$, 并估计误差。

3.4 给定数据表

x	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6
f(x)	3.12014	4.42569	6.04241	8.03014	10.46675

分别用复化梯形公式和复化Simpson公式计算积分 $\int_{1.8}^{2.6} f(x) dx$ 的近似值。

3.5 使用复化梯形公式和复化Simpson公式计算积分 $\int_1^3 e^x \sin x dx$, 要求误差不超过 10^{-4} , 不计舍入误差, 问各需计算多少个节点上的函数值。

3.6 设f(x)在[a,b]上可积, 证明当 $n \rightarrow \infty$ 时, 复化Simpson公式趋于所计算的积分值。





3.8 用Romberg方法计算积分 $\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 e^{-x} dx$, 要求误差
差不超过 10^{-5} 。

3.9 用两点Gauss-Chebyshev求积公式计算积分 $\int_{-1}^1 \frac{1-x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$
的近似值。

3.10 用三点公式求 $f(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$ 在 $x = 1.0, 1.1$ 和 1.2

处的导数值, 并估计误差。f(x)的值由下表给出:

x	1.0	1.1	1.2
f(x)	0.2500	0.2268	0.2066

3.11 给定 $f(x) = \sqrt{x}$ 在节点 $x_k = 100 + kh$ ($h = 1, k = 0, 1, 2, 3$)
上的函数值和两个端点的导数值 $f'(100)$ 和 $f'(103)$ 。用三次样
条求导法, 计算 $f'(101), f'(101.5), f'(102), f''(101.5)$ 的近似值。

