评 注

本章按插值函数的特征，分别介绍了多项式插值、分段多项式插值和三次样条插值。分别就离散点集和连续区间讨论了正交多项式。以误差平方的极小化为准则，介绍了最佳平方逼近和曲线拟合。已基本方法为例，给出了反映计算过程的三个**Matlab**函数文件。

插值函数是数值分析的基本工具,是函数逼近、数值积分、数值微分和微分方程解的基础。**Lagrange**插值多项式虽然计算量大,但表示式简单明确,便于理论推导,理论上较重要。**Newton** 插值多项式便于逐步增加接点,并且计算过程中能估计误差。带导数的插值多项式适合于已知导数值的情形。所有插值多项式不宜太高，不然误差可能很大。分段底次插值具有良好的稳定性和良好的收敛性，因此便以应用。三次样条插值也是分段插值多项式，且进一步保证了光滑性，它在实际应用中是很重要的。至于**B**样条和一般样条函数本书未涉及，需要对样条函数作进一步了解的读者可参看专门文献。关于插值误差估计论述了微分形式和均差形式。对于充分光滑的被插值函数，采用微分形式的误差估计可以给出实用的误差界。均差形式的误差估计虽不能给出实用的误差界，但在数值积分和数值微分的推导中将有重要应用。

正交多项式在数值分析有广泛的应用，有离散型和连续型两种，它们的构造方法和性质基本类同。正交多项式在**Guass**积分方法中有重要作用。最小二乘法在应用科学中有重要应用。最佳平方逼近和曲线拟合分别要求误差平方的积分和误差平方和最小，因此个别点误差可能较大。它们的构造都要求解正规的方程组，但正规方程组阶数较高时往往病态，所以最好选取正交多项式系作基函数，可以避免解方程组。函数逼近中还有另一类方法，它要求最大误差最小，称为最佳一致逼近。由于难以求出其准确解，一般是求近似的最佳一致逼近，其方法本书未涉及。有兴趣的读者可参阅有关数值逼近文献。